

Unidade Curricular	Cálculo II	Área Científica	Matemática														
Licenciatura em	Engenharia Química	Escola	Escola Superior de Tecnologia e de Gestão de Bragança														
Ano Letivo	2023/2024	Ano Curricular	1	Nível	1-1	Créditos ECTS	6.0										
Tipo	Semestral	Semestre	2	Código	9125-755-1202-00-23												
Horas totais de trabalho	162	Horas de Contacto	T -	TP	60	PL	-	TC	-	S	-	E	-	OT	-	O	-

T - Ensino Teórico; TP - Teórico Prático; PL - Prático e Laboratorial; TC - Trabalho de Campo; S - Seminário; E - Estágio; OT - Orientação Tutoria; O - Outra

Nome(s) do(s) docente(s) Florbela Alexandra Pires Fernandes, Mário António Rodrigues Grande Abrantes

### Resultados da aprendizagem e competências

No fim da unidade curricular o aluno deve ser capaz de:

1. Resolver problemas usando: (i) a diferencial de uma função  $f(x)$ ; (ii) a Fórmula de Euler; (iii) a decomposição em frações parciais; (iv) a regra da cadeia com múltiplas variáveis.
2. Resolver alguns tipos de equações diferenciais ordinárias (EDs) de 1ª ordem, e EDs lineares de 2ª ordem; interpretar e resolver problemas simples que envolvem estes tipos de EDs.
3. Resolver equações diferenciais por meio de transformadas de Laplace, cujo segundo membro envolve distribuições como o degrau de Heaviside e o Delta de Dirac.
4. Calcular integrais duplos e triplos diretamente, com recurso à troca da ordem de integração e usando coordenadas adequadas.
5. Aplicar integrais duplos e triplos no cálculo de áreas e volumes.
6. Parametrizar curvas, parametrizar superfícies, calcular comprimentos de curvas e áreas de superfícies.
7. Calcular o gradiente de um campo escalar e calcular o rotacional e o divergente de um campo vetorial.
8. Aplicar os teoremas de integração da análise vetorial: Green, Stokes e Gauss.

### Pré-requisitos

Antes da unidade curricular o aluno deve ser capaz de:  
Resolver problemas e aplicar conhecimentos adquiridos em Cálculo I e ALGA.

### Conteúdo da unidade curricular

Complementos de derivadas e integrais. Equações diferenciais ordinárias. Transformada de Laplace. Integração dupla e tripla. Cálculo vetorial.

### Conteúdo da unidade curricular (versão detalhada)

1. Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs):
  - EDOs de ordem 1: solução geral, particular e singular.
  - Problema de Cauchy. Equações diferenciais separáveis, exatas, lineares, equação de Bernoulli.
  - Teorema de existência e unicidade de solução do problema de Cauchy.
  - Problemas que conduzem a EDOs de ordem 1.
  - EDOs de ordem n: equação homogénea de coeficientes constantes; Problema de Cauchy.
  - EDOs lineares de ordem superior a 1: solução geral e solução particular.
  - Equação homogénea, não homogénea, com coeficientes constantes e equação de Euler-Cauchy.
  - Método dos coeficientes indeterminados e da variação dos parâmetros.
  - Problemas que conduzem a EDOs de ordem superior a 1.
2. A Transformada de Laplace:
  - Definição e propriedades básicas.
  - Existência de transformada de Laplace.
  - A transformada inversa.
  - Propriedades da Transformada de Laplace.
  - Aplicação da transformada de Laplace à resolução de equações diferenciais ordinárias.
  - Teoremas de deslocamento.
3. Integração Dupla e Tripla:
  - Integrais duplos e triplos sobre regiões elementares.
  - Teorema de Fubini.
  - Mudança de coordenadas no integral duplo e triplo: coordenadas polares e cilíndricas.
  - O teorema da mudança de variáveis no integral duplo e triplo.
  - Aplicações dos integrais duplos e triplos.
4. Cálculo Vetorial:
  - Caminhos no plano e no espaço.
  - Integral de caminho e de linha.
  - Comprimento de curvas parametrizadas.
  - Trabalho realizado por um campo de forças ao longo de um caminho.
  - Superfícies parametrizadas.
  - Integrais de superfície de campos escalares e vetoriais.
  - Área de uma superfície.
  - Gradiente, rotacional e divergente.
  - Teoremas de integração da análise vetorial: teoremas de Green, Stokes e Gauss.
5. Complementos de derivadas e integrais.
  - Diferencial de uma função. Séries de potências: Fórmula de Euler.
  - Integrais de funções racionais. Comprimento do arco. Volumes de sólidos. Integrais impróprios.
  - Vetor gradiente; regra da cadeia com funções  $f(x, y)$ ; otimização sem restrições com funções  $f(x, y)$ .

### Bibliografia recomendada

1. Stewart, J. (2005). Cálculo Volume I e II, 5ª edição, Cengage Learning.
2. Marsden, J. M., & Tromba, A. J. (2003). Vector Calculus, 5ª ed., Freeman.
3. Fernandes, F. P. (2024). Theory, Problems and Exercises for Calculus II, DMat -- ESTIG
4. Anton, H., Bivens, I., Davis, S. (2007). Cálculo Volume II, 8ªed., Bookman.
5. Abrantes, Mário (2022), Sebentas de Cálculo I/Cálculo II ([www.ipb.pt/~mar](http://www.ipb.pt/~mar))

### Métodos de ensino e de aprendizagem

Apresentação dos aspetos teóricos dos assuntos em aulas de exposição e com recurso a exemplos simples. Realização, por parte dos alunos, de exercícios práticos de aplicação dos conceitos teóricos em sessões práticas tutoriais.

**Alternativas de avaliação**

1. Avaliação contínua (alunos com aulas em português) - (Ordinário, Trabalhador) (Final, Recurso)
  - Trabalhos Práticos - 65% (Trabalhos de avaliação realizados durante o semestre.)
  - Exame Final Escrito - 35% (Prova escrita sobre toda a matéria leccionada no semestre, realizada no dia do exame normal.)
2. Exames Parciais (para alunos com aulas em inglês) - (Ordinário, Trabalhador) (Final)
  - Prova Intercalar Escrita - 50% (Exame Parcial 1: no fim das Equações Diferenciais Ordinárias e da Transformada de Laplace.)
  - Prova Intercalar Escrita - 50% (Exame Parcial 2: Integrais duplos e tripos. Cálculo vetorial. No final do semestre.)
3. Exame escrito - (Ordinário, Trabalhador) (Recurso, Especial)
  - Exame Final Escrito - 100% (Exame final)

**Língua em que é ministrada**

1. Português
2. Inglês

**Validação Eletrónica**

Florbela Alexandra Pires Fernandes, Mário António Rodrigues Grande Abrantes	Carla Sofia Veiga Fernandes	António Manuel Esteves Ribeiro	José Carlos Rufino Amaro
06-03-2024	06-03-2024	06-03-2024	09-03-2024